1 Oberfläche und Netz der Pyramide

Die Pyramide ist ein Körper, der folgende Eigenschaften besitzt:

1. Die **Grundfläche** G ist ein Vieleck (n-Eck).
2. Die n **Seitenflächen** sind Dreiecke, die sich in einem Punkt, der sogenannten Spitze, treffen. Alle Seitenflächen bilden die **Mantelfläche** M.

Die Oberfläche der Pyramide ist die Summe der Grundfläche und der Mantelfläche.

A 1.1. Berechne die Oberfläche der Pyramide, deren Netz in Abbildung 1.1 dargestellt ist.

A 1.2. Schneide das Netz (Abb. 1.1) der Pyramide aus und falte den passenden Körper.

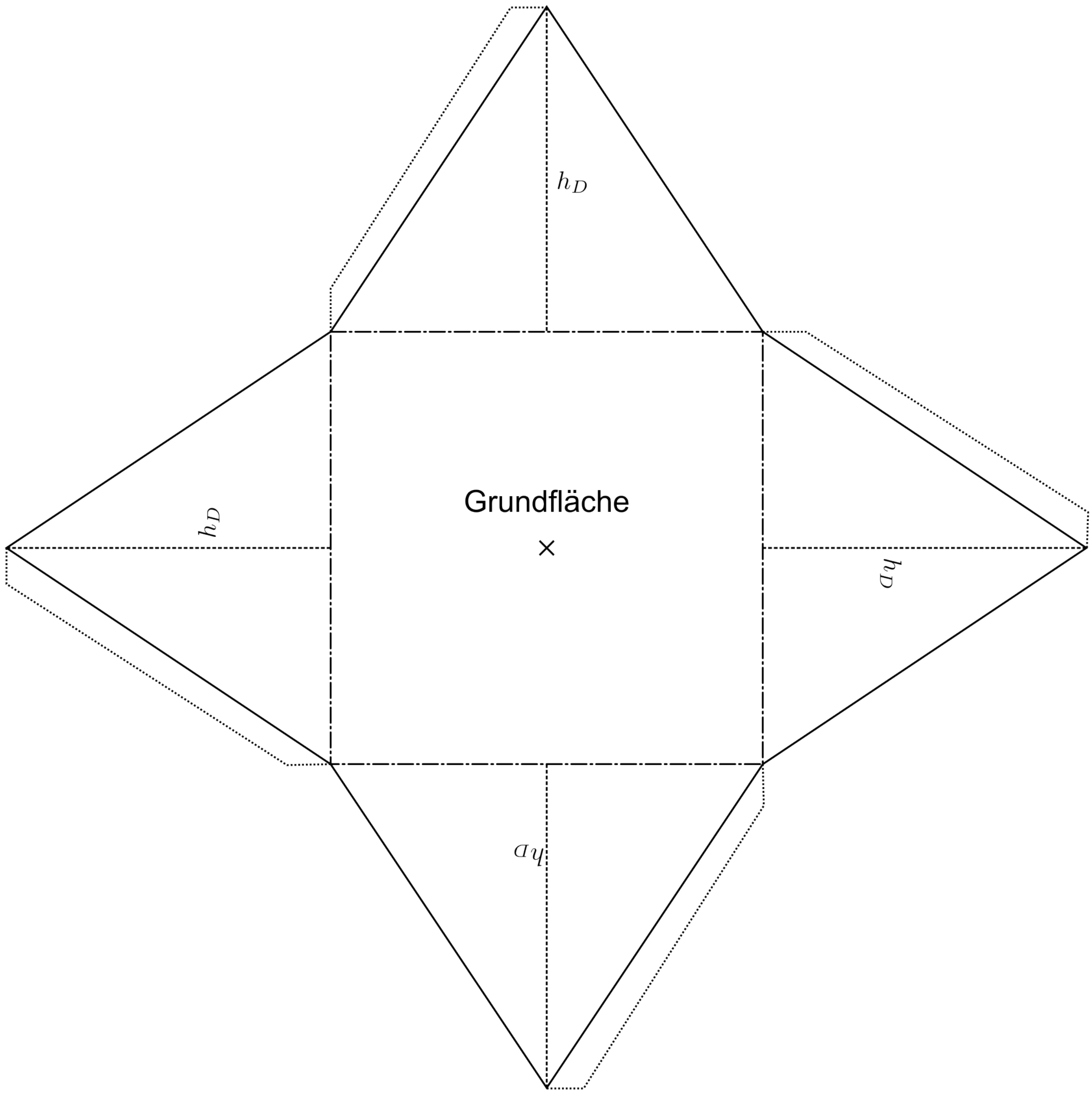

Abbildung 1.1: Schnittmuster für eine Pyramide mit quadratischer Grundfläche

1.1 Berechnung der Höhe des Manteldreiecks

Die Höhe h_d eine Manteldreiecks ergibt sich aus dem Satz des Pythagoras. Das Netz aus Abbildung 1.2 zeigt den Querschnitt der Pyramide aus Abbildung 1.1.

A 1.3. Schneide das Netz in Abbildung 1.2 aus und baue den Körper.

A 1.4. Auch dieser Körper ist eine Pyramide, eine sogenannte schiefe Pyramide. Berechne die Oberfläche dieser Pyramide.

A 1.5. Gegeben ist eine symmetrischen Pyramide mit einer rechteckigen Grundfläche mit den Seiten $a = 6\,\text{cm}$ und $b = 4\,\text{cm}$ und der Höhe $h = 4\,\text{cm}$.

a) Zeichne das Netz der Pyramide.
b) Berechne die Oberfläche.
c) Zeichne das Netz der Pyramide erneut und baue daraus den Körper. Denke an die Klebelaschen.

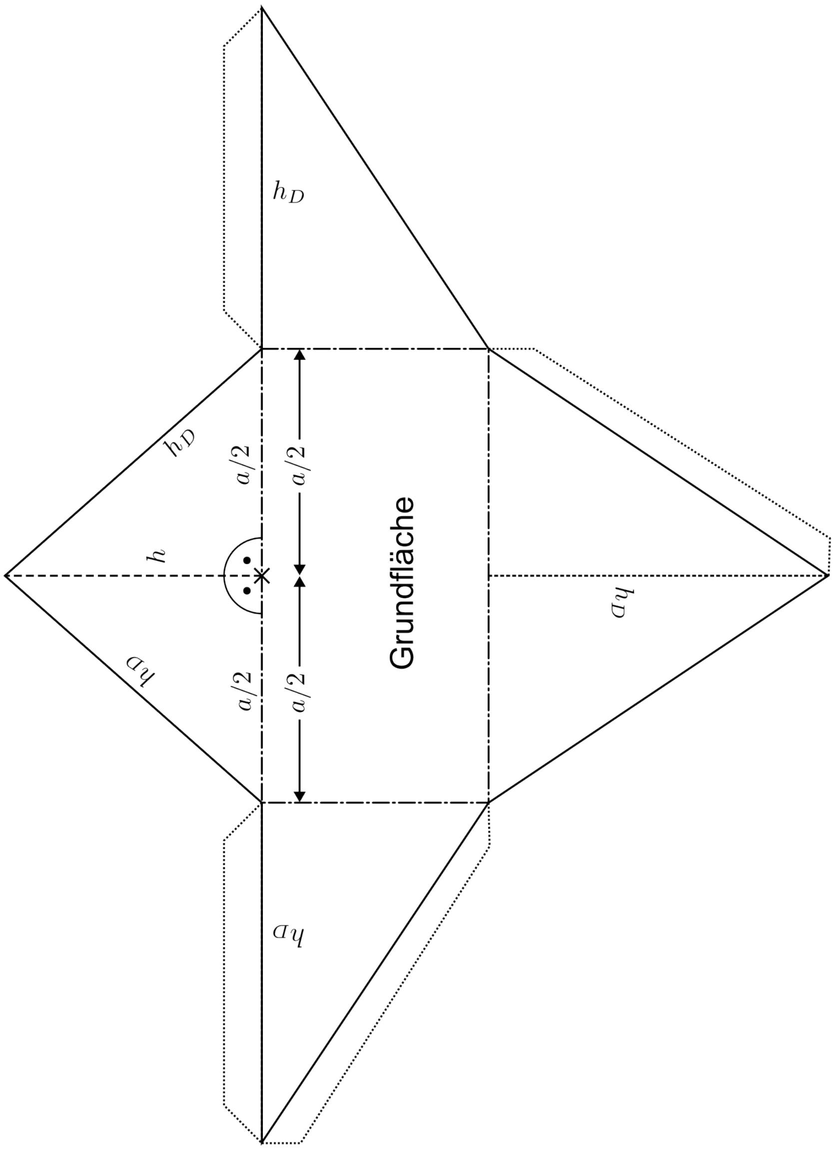

Abbildung 1.2: Querschnitt durch eine Pyramide

2 Bestimmung des Volumens einer Kugel

Auf den ersten Blick ist es schwierig eine Formel für das Volumen einer Kugel anzugeben. Näherungsweise kannst Du das Volumen einer Kugel bestimmen, indem Du die Kugel mit Scheiben (flachen Zylindern) nachbaust, da die Formel für das Volumen von Zylindern bekannt ist: $V = \pi r^2 \cdot h$.

Um das Problem zu vereinfachen, bestimmst Du erstmal das Volumen einer Halbkugel. Dabei kannst Du die Scheiben so anordnen, dass die Kugel von den Scheiben eingeschlossen wird (Abbildung 2.1 Mitte) oder das die Scheiben innerhalb der Kugel liegen (Abbildung 2.1 Rechs).

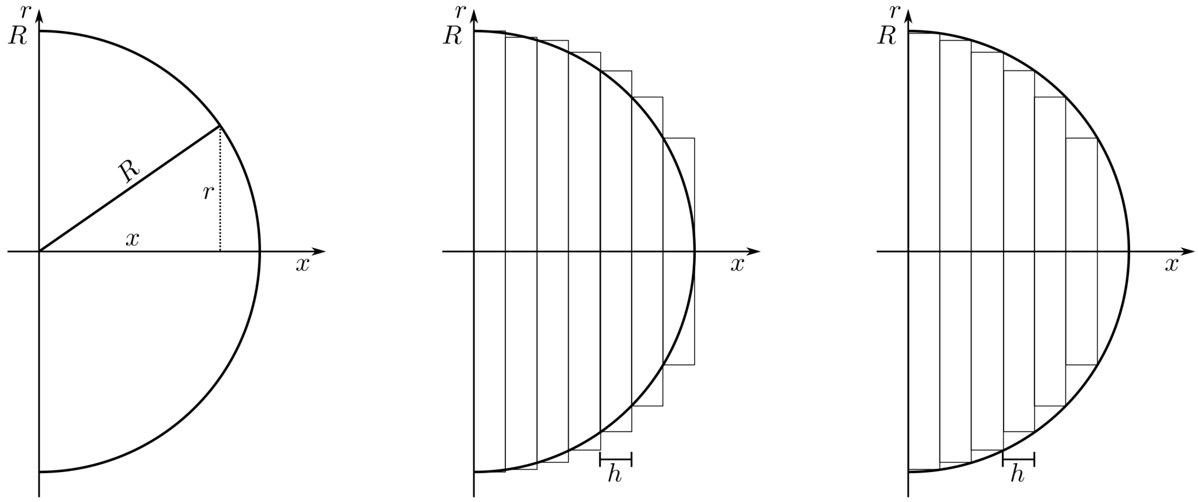

Abbildung 2.1: Planskizzen zur Bestimmung des Kugelvolumens

Für die Grundfläche einer Scheibe (Zylinder) in Abhängigkeit vom Scheibenradius r gilt:	$G(r) =$
Der Radius r der Scheiben ergibt sich durch den Abstand x von der Kugelmitte, wie in Abbildung 2.1 Links zu sehen.	$r^2 =$
Für die Grundfläche in Abhängigkeit vom Abstand x gilt dann:	$G(x) =$
Für das Volumen einer Scheibe mit der Höhe h gilt dann:	$V(x) =$

Nimm als Beispiel erstmal eine Halbkugel mit dem Kugelradius $R = 1$. Das Volumen soll durch zehn Scheiben angenähert werden. Dann muss die Höhe h der Kugeln $R/10 = 0{,}1$ betragen.

Für das Volumen der ersten Scheibe ($x = 0$) gilt dann: $V(0) = \pi(1^2 - 0^2) \cdot 0{,}1 = 0{,}1\pi$

Für die zweite Scheibe ist $x = 0{,}1$: $V(0{,}1) = \pi(1^2 - 0{,}1^2) \cdot 0{,}1 = 0{,}099\pi$

Für die dritte Scheibe ist $x = 0{,}2$: $V(0{,}2) = \pi(1^2 - 0{,}2^2) \cdot 0{,}1 = 0{,}096\pi$

A 2.1. Berechne die Volumen der nächsten sieben Scheiben und bilde die Summe über alle Scheibenvolumen.

Die untere Grenze für das Halbkugelvolumen erhältst Du, wenn Du bei der Volumenberechnung die erste Scheibe weg lässt.

A 2.2. Berechne die untere Grenze für das Halbkugelvolumen.

A 2.3. Stelle eine Hypothese auf für das Volumen einer Kugel mit dem Radius $R = 1$.

A 2.4. Führe die Volumenbestimmung für eine Kugel mit dem Radius $R = 2$ durch.

a) Vergleiche die Volumen der Kugeln mit $R = 1$ und $R = 2$ miteinander.
b) Stelle eine Hypothese auf für das Volumen einer Kugel in Abhängigkeit vom Kugelradius R.

Inhaltsverzeichnis